

Le modèle Ghyperbolic.mod 0.1

Pour TeXgraph 1.95

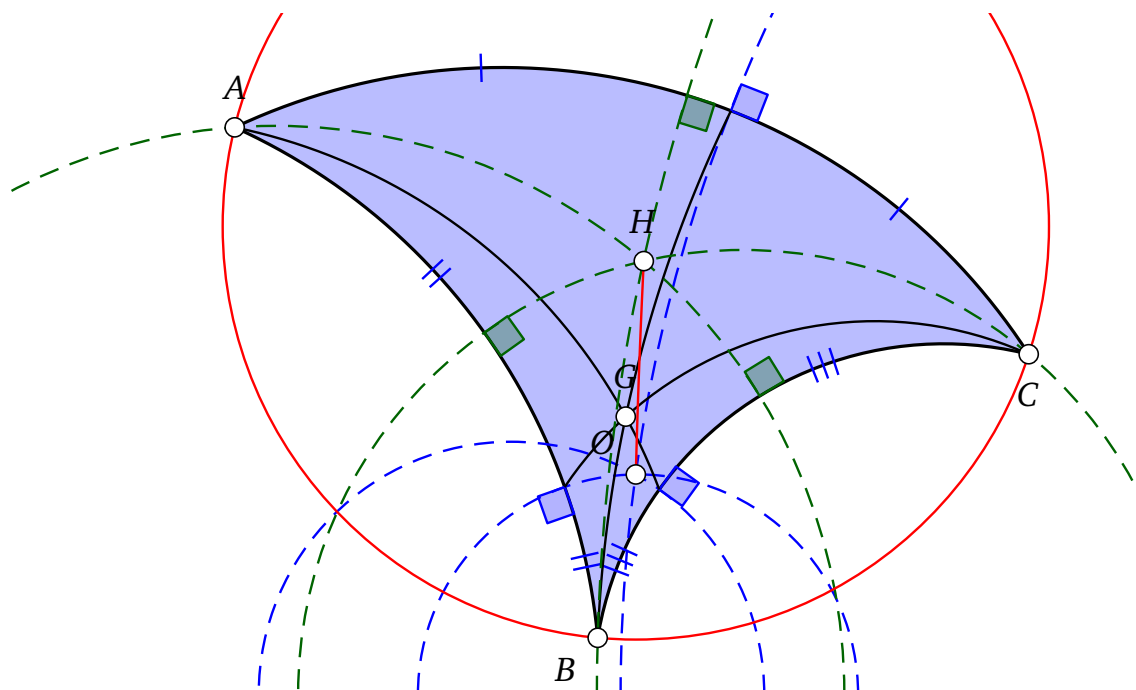
31 mars 2012

Résumé

Ce modèle permet le dessin de figures élémentaires (droites, segments, lignes polygonales,...) en géométrie hyperbolique dans le demi-plan de Poincaré, ou dans le disque unité.

Table des matières

Table des matières		3.3	hSymC	3	
1	Introduction	2	4	Macros de calcul	3
		4.1	hMed	3	
2	Macros de dessin	2	4.2	hBissec	3
2.1	hDroite	2	4.3	hPerp	3
2.2	hLigne	2	4.4	hMil	3
2.3	hCercle	2	4.5	hdist	3
2.4	hAngleD	2	4.6	hInter	3
2.5	hMarkseg	2	4.7	hInterL	3
3	Macros de transformation	3	4.8	hTangente	3
3.1	hRot	3	4.9	hPolyreg	4
3.2	hSym	3	4.10	fdisc	4
			4.11	fplane	4



1 Introduction

Après le chargement du modèle, la variable globale *hmode* permet de sélectionner soit le mode *plane* (par défaut) pour le demi-plan de Poincaré ($y > 0$), soit le mode *disc* (disque unité ($|z| < 1$), en écrivant `hmode:=disc`).

Comme en géométrie euclidienne, les points sont gérés à l'aide de leur affixe, et l'utilisateur dispose de nouvelles macros de dessin pour représenter des droites, des lignes polygonales,... etc.

2 Macros de dessin

2.1 hDroite

- Syntaxe: `hDroite(⟨ A,B ⟩)` ou `hDroite(⟨ A ⟩,⟨ B ⟩)`
- Trace la droite définie par les deux points (affixes) $\langle A \rangle$ et $\langle B \rangle$.

2.2 hLigne

- Syntaxe: `hLigne(⟨ liste de points ⟩,⟨ fermée (0/1) ⟩)`
- Dessine la ligne polygonale passant la $\langle \text{liste de points} \rangle$. Le deuxième argument indique si la ligne doit être refermée.

2.3 hCercle

- Syntaxe: `hCercle(⟨ A ⟩,⟨ r ⟩)`
- Trace le cercle de centre $\langle A \rangle$ et de rayon $\langle r \rangle$ (réel strictement positif).

2.4 hAngleD

- Syntaxe: `hAngleD(⟨ B ⟩,⟨ A ⟩,⟨ C ⟩,⟨ taille ⟩)`
- Dessine un angle « droit » comme la macro *angleD*, en fait c'est un parallélogramme (*BACD*) qui est dessiné, *D* étant calculé par la macro.

2.5 hMarkseg

- Syntaxe: `hMarkseg(⟨ A ⟩,⟨ B ⟩,⟨ n ⟩,⟨ espacement ⟩,⟨ hauteur ⟩)`
- Dessine *n* petits traits sur le segment défini par $[A,B]$, comme la macro *markseg*.



Exemple

```
\begin{texgraph}[name=exemple1, file]
Include "Ghyperbolic.mod";
Graph image = [
hmode :=plane, view(-5.1, 5, 0, 4.5), Marges(0, 0, 0, 0.5), size(10), LabelSize :=scriptstyle,
Arrows :=1, Axes(0, 1+i), Arrows :=0, A :=1+i, B :=1+4*i, C :=hRot(A, B, -pi/2), D :=3+2*i,
SaveAttr(), LineStyle :=userdash, hDroite(A, B), hDroite(B, C), hDroite(C, A),
LineStyle :=solid, FillStyle :=full, FillColor :=seagreen, FillOpacity :=0.5,
Width :=8, hLigne([A, B, C], 1), FillOpacity :=0.9, FillColor :=crimson, hCercle(D, 0.75),
RestoreAttr(), DotStyle :=times, DotScale :=1.5, LabelDot(A, "$A$", "E", 1), LabelDot(B, "$B$", "NE", 1), LabelDot(C, "$C$", "NO", 1),
LabelDot(D, "$D$", "N", 1), hMarkseg(A, B, 3, 0.1, 0.25), hMarkseg(C, B, 3, 0.1, 0.25), hAngleD(C, B, A, 0.25)
];
\end{texgraph}
```

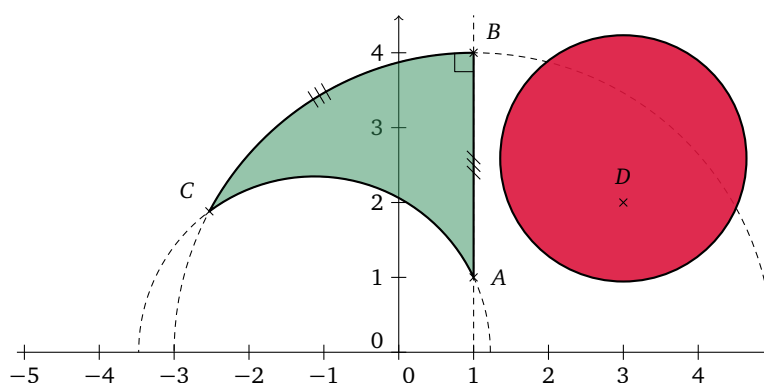


FIGURE 1: Macros de dessin

3 Macros de transformation

3.1 hRot

- Syntaxe: **hRot**(\langle liste de points \rangle , \langle centre \rangle , \langle angle \rangle)
- Renvoie la liste des images de la \langle liste de points \rangle par la rotation.

3.2 hSym

- Syntaxe: **hSym**(\langle liste de points \rangle , \langle axe \rangle)
- Renvoie la liste des images de la \langle liste de points \rangle par la symétrie axiale, l' \langle axe \rangle est une liste de deux points représentant une droite.

3.3 hSymC

- Syntaxe: **hSymC**(\langle liste de points \rangle , \langle centre \rangle)
- Renvoie la liste des images de la \langle liste de points \rangle par la symétrie centrale.

4 Macros de calcul

4.1 hMed

- Syntaxe: **hMed**(\langle A \rangle , \langle B \rangle)
- Renvoie deux points de la médiatrice du segment défini par les affixes \langle A \rangle et \langle B \rangle .

4.2 hBissec

- Syntaxe: **hBissec**(\langle B \rangle , \langle A \rangle , \langle C \rangle , \langle extérieure (0/1) \rangle)
- Renvoie deux points de la bissectrice (intérieure ou extérieure) de l'angle \widehat{BAC} .

4.3 hPerp

- Syntaxe: **hPerp**(\langle [A,B] \rangle , \langle C \rangle)
- Renvoie deux points de la perpendiculaire à la droite définie par les affixes \langle A \rangle et \langle B \rangle , et passant par \langle C \rangle .

4.4 hMil

- Syntaxe: **hMil**(\langle A \rangle , \langle B \rangle)
- Renvoie le milieu du segment défini par les deux points.

4.5 hdist

- Syntaxe: **hdist** \langle A \rangle , \langle B \rangle)
- Renvoie la distance hyperbolique de \langle A \rangle à \langle B \rangle .

4.6 hInter

- Syntaxe: **hInter**(\langle droite 1 \rangle , \langle droite 2 \rangle)
- Renvoie l'intersection de deux droites hyperboliques, chacune d'elles est une liste de deux points.

4.7 hInterL

- Syntaxe: **hInterL**(\langle ligne 1 \rangle , \langle ligne 2 \rangle)
- Renvoie la liste des points d'intersection des deux lignes polygonales, chacune d'elles est une liste de points.

4.8 hTangente

- Syntaxe: **hTangente**(\langle [A,B] \rangle , \langle C \rangle)
- Renvoie un vecteur unitaire tangent à la droite (AB) au point C, celui-ci est supposé appartenir à la droite, le vecteur est orienté le sens A vers B.

4.9 hPolyreg

- Syntaxe: `hpolyreg(⟨ n ⟩, ⟨ p ⟩, ⟨ milieux ⟩)`
- Renvoie les sommets d'un polygone régulier de type (n, p) (n sommets et p voisins par sommet) de centre 0 pour le disque unité, et de centre i pour le demi-plan de Poincaré. Le troisième argument `⟨ milieux ⟩` est une variable qui contiendra en sortie la liste des milieux des côtés.



Exemple

```
\begin{texgraph}[name=exemple2, file]
Include "Ghyperbolic.mod";
Graph image = [
  hmode :=disc, view(-1.1, 1.1, -1.1, 1.1), Marges(0, 0, 0, 0), size(8),
  FillStyle :=full, FillColor :=beige, Cercle(0, 1),
  P :=hPolyreg(5, 6, m),
  FillColor :=blue,
  for z in Mix(P, m) By 2 do
    T :=[0, z[1], z[2]],
    hLigne(T, 1), hLigne( hSymC(T, z[2]), 1)
  od,
  FillStyle :=none, Color :=red, Width :=8, hLigne(P, 1), Color :=black, Point(P)
];
\end{texgraph}
```

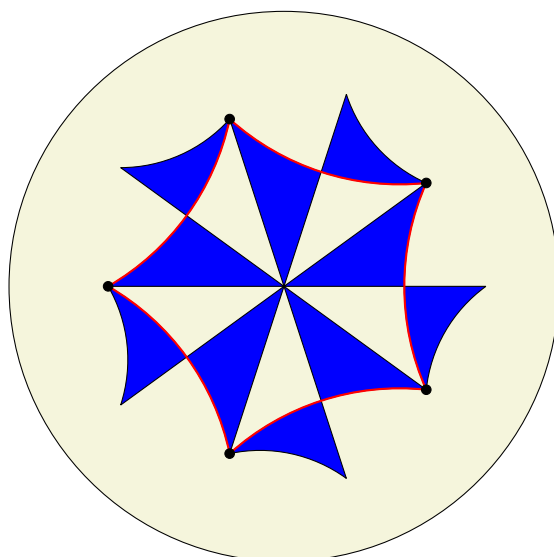


FIGURE 2: Exemple 2

4.10 fdisc

- Syntaxe: `fdisc(⟨ liste de complexes ⟩)`
- Renvoie la liste des images de la `⟨ liste de complexes ⟩` par l'application $z \mapsto \frac{z-i}{z+i}$, celle-ci transforme le demi-plan de Poincaré en le disque unité, le complexe `⟨ z ⟩` doit donc être dans le demi-plan de Poincaré.

4.11 fplane

- Syntaxe: `fplane(⟨ liste de complexes ⟩)`
- Renvoie la liste des images de la `⟨ liste de complexes ⟩` par l'application $z \mapsto i \frac{1+z}{1-z}$, celle-ci est la réciproque de la précédente et transforme donc le disque unité en le demi-plan de Poincaré, le complexe `⟨ z ⟩` doit donc être dans le disque unité : $|z| < 1$.



Exemple

```
\begin{texgraph}[name=preface, file]
Include "Ghyperbolic.mod";
Graph image = [
  hmode :=plane, view(-5, 5, 0, 6), Marges(0, 0, 0, 0.5), size(10), a :=-3+5*i, b :=0.2+0.5*i, c :=4+3*i,
  Width :=8, FillStyle :=full, FillColor :=Rgb(0.73, 0.74, 1),
];
```

```

hLigne([a, b, c], 1), {le triangle}
FillStyle := none, Color := blue, Width := 6, LineStyle := dashed,
{tracé des médiatrices et calcul de l'intersection}
Med_ab := hMed(a, b), Med_bc := hMed(b, c), Med_ca := hMed(c, a),
hDroite(Med_ab), hDroite(Med_bc), hDroite(Med_ca), O := hInter(Med_ab, Med_ca),
LineStyle := solid, FillStyle := full, FillColor := blue, FillOpacity := 0.3,
{Calculs des milieux, marquages des angles droits et des segments de meme longueur}
c' := hMil(a, b), hAngleD(b, c', hSymC(Med_ab[2], c'), 0.25), hMarkseg(a, c', 2, 0.1, 0.25), hMarkseg(b, c', 2, 0.1, 0.25),
a' := hMil(c, b), hAngleD(c, a', hSymC(Med_bc[2], a'), 0.25), hMarkseg(c, a', 3, 0.1, 0.25), hMarkseg(b, a', 3, 0.1, 0.25),
b' := hMil(c, a), hAngleD(c, b', hSymC(Med_ca[2], b'), 0.25), hMarkseg(a, b', 1, 0.1, 0.25), hMarkseg(c, b', 1, 0.1, 0.25),
FillStyle := none,
Color := black,
{tracé des médianes et calcul de G}
hLigne([a, a'], 0), hLigne([b, b'], 0), hLigne([c, c'], 0), G := hInter([a, a'], [b, b']),
Color := darkgreen, LineStyle := dashed,
{tracé des hauteurs et calcul de H}
Hc := hPerp([a, b], c), Hb := hPerp([a, c], b), Ha := hPerp([c, b], a), hDroite(Hc), hDroite(Hb), hDroite(Ha), H := hInter(Hc, Hb),
LineStyle := solid, FillStyle := full, FillColor := darkgreen,
{marquage des angles droits pour les hauteurs}
c' := hInter(Hc, [a, b]), hAngleD(c, c', b, 0.25),
b' := hInter(Hb, [a, c]), hAngleD(b, b', c, 0.25),
a' := hInter(Ha, [b, c]), hAngleD(a, a', c, 0.25), FillStyle := none,
Color := red,
{cercle circonscrit et segment [OH]}
hCercle(O, hDist(a, O)), hLigne([O, H], 0),
Color := black, DotStyle := dotcircle, DotScale := 1.5, FillColor := white,
{placement des labels}
LabelDot(O, "$O$", "NO", 1), LabelDot(G, "$G$", "N", 1), LabelDot(H, "$H$", "N", 1), LabelDot(a, "$A$", "N", 1),
LabelDot(b, "$B$", "SO", 1), LabelDot(c, "$C$", "S", 1),
];
\end{texgraph}

```

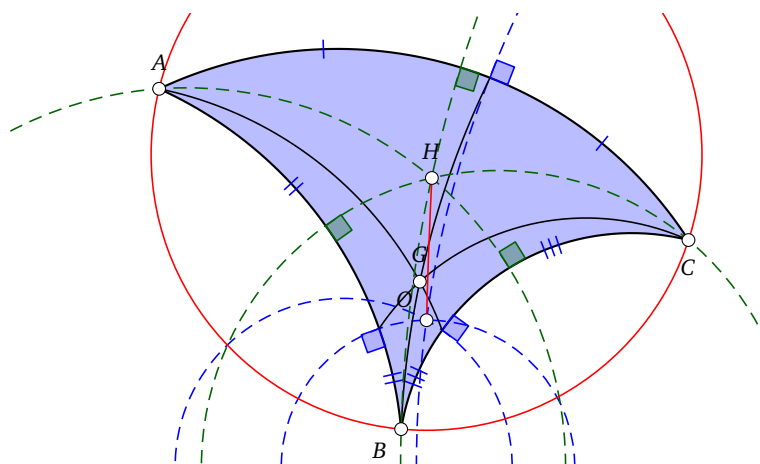


FIGURE 3: Exemple de la première page