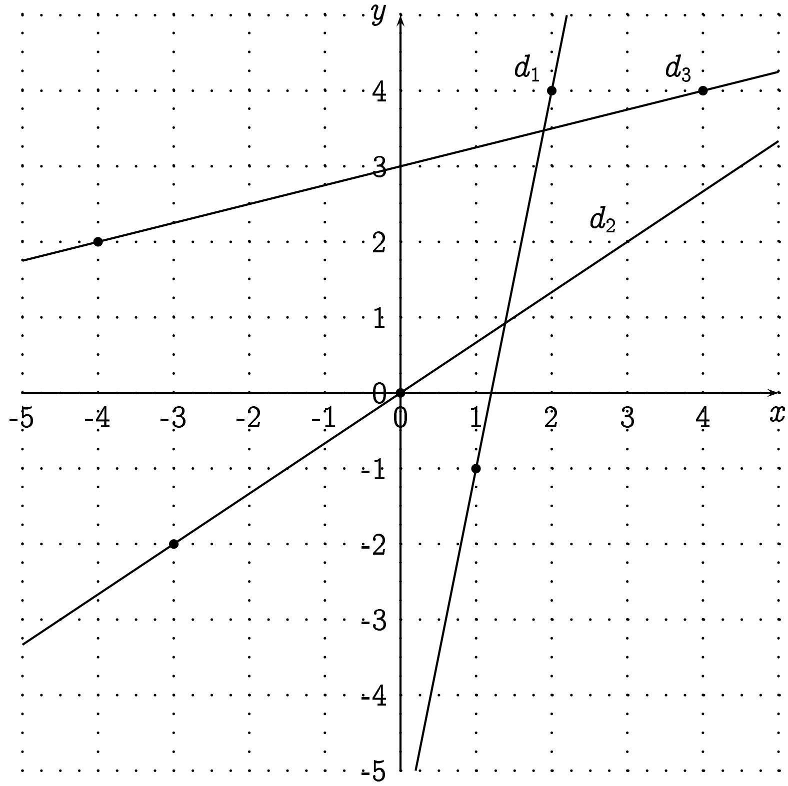
Devoir Surveillé - 2nde 6 & 9 - Jeudi 13 janvier - 2 heures

NOM : **Classe :**

Exercice 1



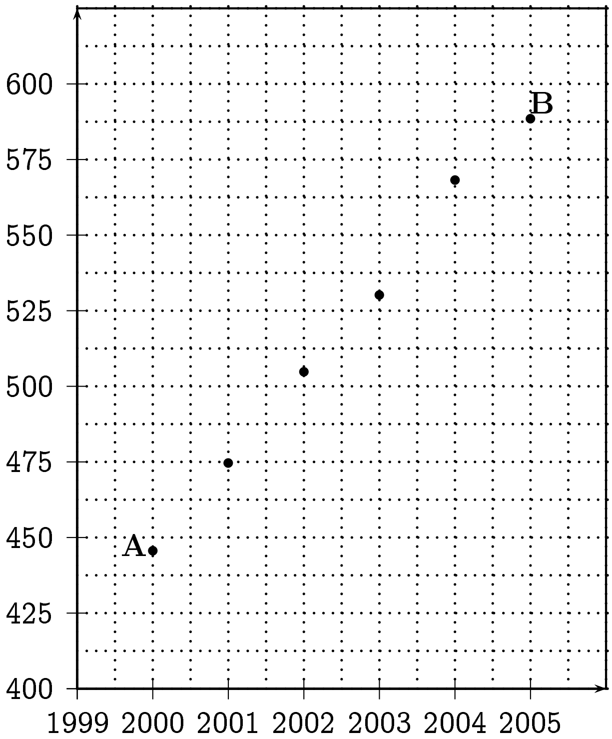
1. Les droites d_1, d_2 et d_3 ci-dessus représentent respectivement les fonctions affines f_1, f_2 et f_3. Déterminer par le calcul les expressions de chacune de ces fonctions.
2. Tracer la représentation graphique des fonctions :

$$g : x \mapsto 3 - 2x \quad \text{et} \quad h : x \mapsto \frac{x+3}{2}.$$

Exercice 2

Le ministère des Parkings a publié en 2007 la progression des dépenses de surveillance de 2000 à 2005 (tableau ci-dessous). Ces données sont représentées graphiquement (graphique page suivante).

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Dépense en milliards de francs	445, 5	474, 5	504, 8	530, 2	568, 2	588, 5

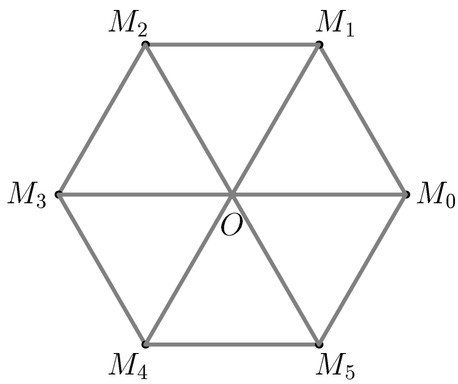


On décide d'approcher la courbe représentant ces dépenses par la droite Δ passant par les points A et B.

1. Donner les coordonnées des points A et B en utilisant le tableau.
2. On note f la fonction affine représentée par la droite Δ qui passe par A et B.
   Calculez le rapport $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ puis utilisez le fait que la droite Δ passe par A pour déterminer l'expression $f(x)$ en fonction de x.
3. Donnez les coordonnées des six points marqués par une croix à l'aide du tableau.
   On appelle point moyen G, le point dont l'abscisse est la moyenne des abscisses des 6 points représentés et dont l'ordonnée est la moyenne des ordonnées des 6 points représentés. Le point G appartient-il à Δ ?

Exercice 3

Voici un magnifique hexagone régulier de centre O :



En utilisant uniquement les points de la figure ci-dessus, exprimez les vecteurs suivants à l'aide d'un seul vecteur :

1. $\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{M_5M_4} = \overrightarrow{O\ldots}$
2. $\overrightarrow{M_0M_1} + \overrightarrow{M_2M_3} = \overrightarrow{M_0\ldots}$
3. $\overrightarrow{M_0M_1} - \overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{O\ldots}$
4. $25\overrightarrow{M_1M_0} + 12\overrightarrow{M_5M_2} + \overrightarrow{M_4M_3} = \overrightarrow{\ldots}$
5. $\overrightarrow{M_4O} + \overrightarrow{M_1M_0} + \overrightarrow{M_4M_5} = \overrightarrow{M_3\ldots}$
6. $\overrightarrow{M_3M_1} - \overrightarrow{M_4M_5} = \ldots$

Exercice 4

Le plan est muni d'un repère $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. On considère les points :

$$A\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \quad B\left(1, \frac{3}{2}\right) \quad C\left(3, \frac{19}{2}\right)$$

   a) Les points A, B et C sont-ils alignés ?

   b) Déterminez les coordonnées du point M défini par : $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$.

   c) Déterminez les coordonnées du milieu I de [AC].

   d) Déterminez les coordonnées du point N tel que le quadrilatère AMCN soit un parallélogramme.

   e) Déterminez l'ordonnée du point P d'abscisse 0 qui appartient à la droite (MN).

2. **SI VOUS AVEZ RÉPONDU À TOUTES LES AUTRES QUESTIONS DU DS**, répondez aux mêmes questions avec :

$$A\left(\sqrt{2}, -\sqrt{2}\right) \quad B\left(2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}\right) \quad C\left(1-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right)$$

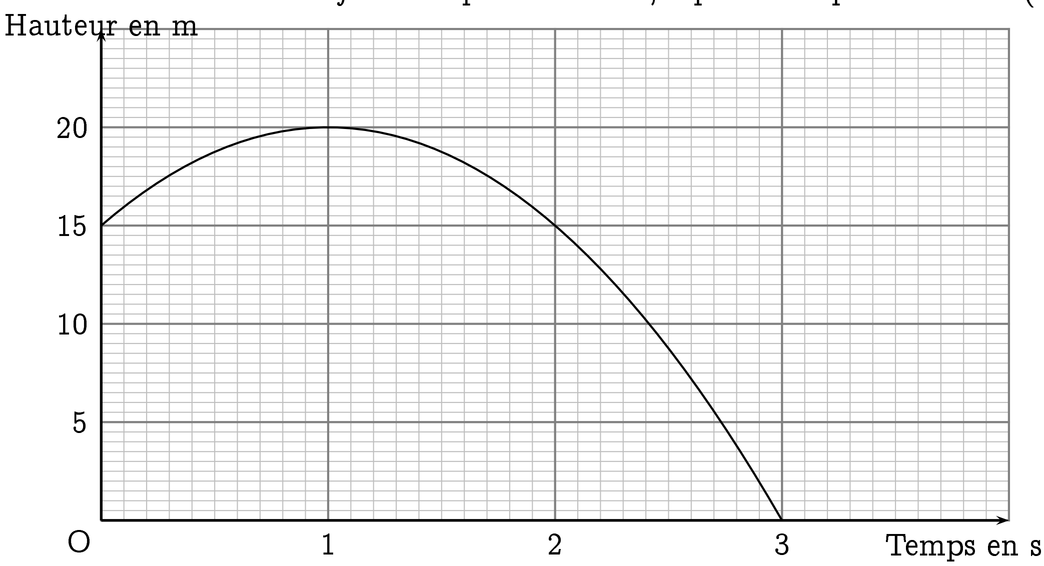
Exercice 5

Recopier et compléter chaque égalité en utilisant la relation de Chasles.

1. $\overrightarrow{A\ldots} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{\ldots B}$
2. $\ldots = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{\ldots M}$
3. $\overrightarrow{TS} = \overrightarrow{\ldots A} + \overrightarrow{\ldots B} + \ldots$
4. $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \ldots$
5. $\vec{0} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{\ldots C} + \overrightarrow{C\ldots}$
6. $\ldots = \overrightarrow{U\ldots} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{\ldots S}$
7. $\overrightarrow{A\ldots} = \overrightarrow{\ldots P} + \ldots + \overrightarrow{TB}$
8. $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{\ldots C} + \overrightarrow{\ldots B} + \overrightarrow{\ldots}$

Exercice 6

Un athlète syldave s'entraîne pour le championnat national de lancer de peluche de Schtroumpf. L'épreuve consiste à lancer une peluche de Schtroumpf vers le haut, depuis le sommet d'une falaise située au bord d'un lac tranquille. La hauteur en mètres de la peluche de Schtroumpf par rapport à la surface de l'eau est une fonction f du temps en seconde, représentée par la courbe (P) suivante :



Partie A : Étude graphique

Avec la précision permise par la lecture du graphique précédent, répondre aux questions suivantes.

1. À quelle hauteur se trouve la peluche de Schtroumpf au moment où l'athlète la lance ?

2. Pendant combien de temps, la peluche de Schtroumpf reste-t-elle à une hauteur supérieure à la hauteur d'où elle a été lancée ?
3. Au bout de combien de temps la peluche de Schtroumpf touche-t-elle la surface de l'eau avant de s'y enfoncer ?
4. Quelle est la hauteur maximale atteinte par la peluche de Schtroumpf et au bout de combien de temps cette hauteur est-elle atteinte ?
5. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

Partie B : Etude théorique

La fonction f est définie sur $[0;3]$ par $f(x) = -5x^2 + 10x + 15$, où x désigne le temps en secondes et $f(x)$ la hauteur de la peluche de Schtroumpf par rapport à la surface de l'eau en mètres.

1. Vérifier que $f(x)$ peut s'écrire $20 - 5(x-1)^2$.
2. Factoriser $f(x)$ et résoudre l'équation $f(x) = 0$ sur $[0\,;\,3]$.
   Que représente la solution dans l'expérience du lancer de la peluche de Schtroumpf ?
3. Résoudre l'équation $f(x) = 15$.
   Que représentent les solutions dans l'expérience du lancer de la peluche de Schtroumpf ?
4. Du pied de la falaise, un autre athlète utilise un lance-pierre pour atteindre la peluche de Schtroumpf. La trajectoire du caillou est modélisée par une fonction affine du temps x :

$$\ell(x) = 10x$$

   a) Représentez graphiquement la fonction ℓ sur le même graphique.
   b) Déterminez par le calcul à quel moment la peluche de Schtroumpf sera touchée et à quelle hauteur en résolvant une équation.

Question subsidiaire Dessinez la peluche en plein vol.