Devoir surveillé de mathématiques	Jeudi 10 avril 2008	$2^{\text{nde}}8$

Exercice 1

Dans chacun des cas suivants, déduire du résultat proposé une inégalité ou un encadrement de x^2 :

1. $x \geqslant \frac{1}{3}$ **2.** $x \leqslant -4$ **3.** $-1,5 \leqslant x \leqslant 0,5$ **4.** $x \in [-4\,;9[$

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

1. $(2x-1)^2 = (x-3)^2$

2. $(x-2)^2 = 3$

3. $(3x+1)^2+4(3x+1) = 1-9x^2$

4. $x^2 \geqslant 3$

5. $\frac{x^2-3}{5} > 7$

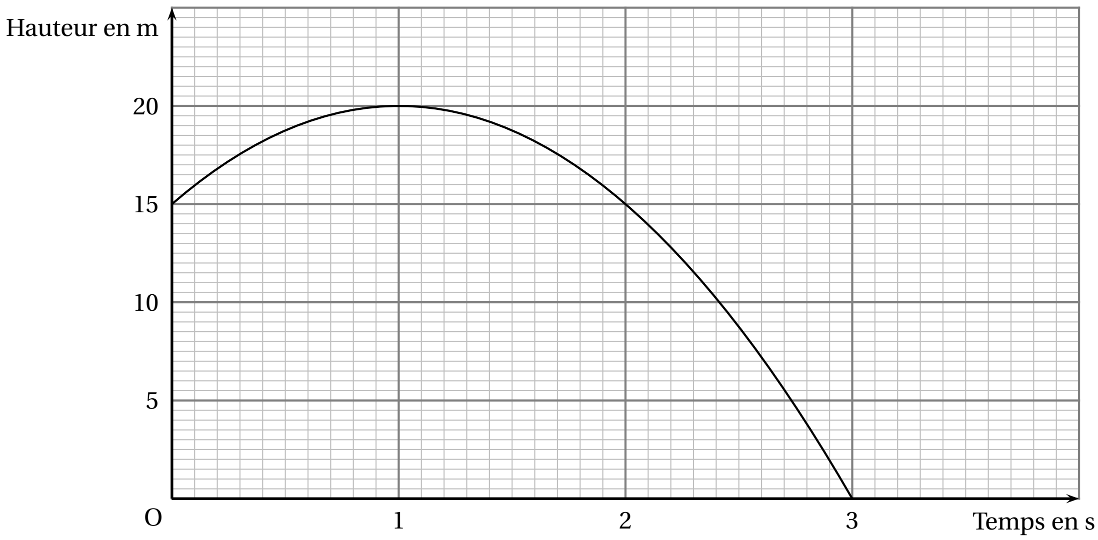
6. $x^2 < -9$

7. $(x+1)(4-x^2)(2-3x) \leqslant 0$

8. $2x^2-4 < 5(x+\sqrt{2})$

Exercice 3

Un jeune syldave s'entraîne pour le championnat régional de lancer de brebis. Il s'est inscrit dans la catégorie « falaise » : il lance donc sa brebis vers le haut, depuis le sommet d'une falaise au bord d'un lac tranquille. La hauteur en mètres de la brebis par rapport à la surface de l'eau est une fonction f du temps en seconde, représentée par la courbe (P) suivante, qui est un segment de parabole.



Partie A : Étude graphique

Avec la précision permise par la lecture du graphique précédent, répondre aux questions suivantes.

1. À quelle hauteur se trouve la brebis au moment où le garçon la lance ?

2. Pendant combien de temps, la brebis reste-t-elle à une hauteur supérieure à la hauteur d'où elle a été lancée ?

3. Au bout de combien de temps la brebis touche-t-elle la surface de l'eau avant de s'y enfoncer ?

4. Quelle est la hauteur maximale atteinte par la brebis et au bout de combien de temps cette hauteur est-elle atteinte ?

5. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

Partie B : Etude théorique (A - 5 points)

La fonction f est définie sur $[0;3]$ par $f(x) = -5x^2+10x+15$, où x désigne le temps en secondes et $f(x)$ la hauteur de la brebis par rapport à la surface de l'eau en mètres.

1. Vérifier que $f(x)$ peut s'écrire $20-5(x-1)^2$.

2. En justifiant précisément chaque étape de la démarche, démontrer que f est croissante sur $[0;1]$.

3. Factoriser $f(x)$ et résoudre l'équation $f(x) = 0$ sur $[0\,;3]$.
Que représente la solution dans l'expérience du lancer de la brebis ?
4. Résoudre l'inéquation $f(x) > 15$ (Penser à utiliser un tableau de signes).
Que représentent les solutions dans l'expérience du lancer de la brebis ?
5. Quel est l'âge de la brebis ?

Exercice 4 Pour que tout le monde puisse s'occuper

Reproduire la figure suivante uniquement à l'aide d'un compas et la colorier :