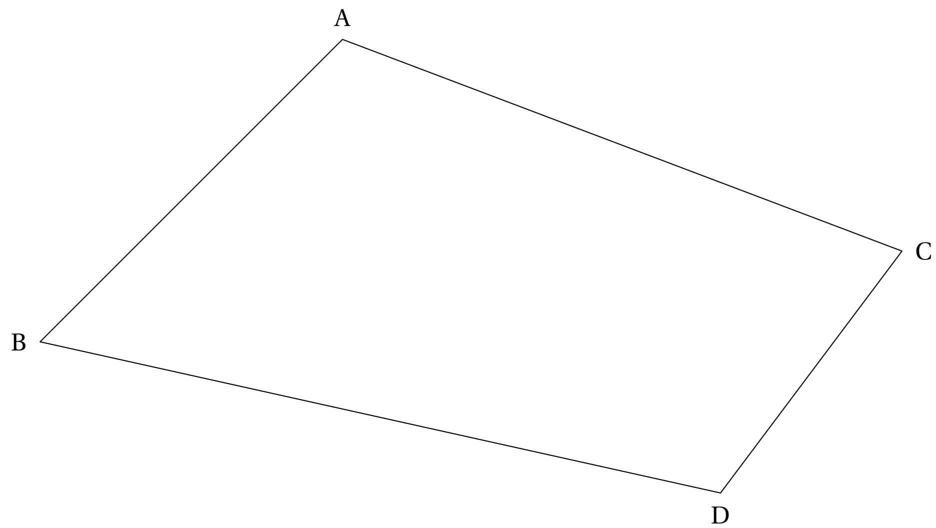
$2^{nde}4$ - DS du samedi 29 mai 2010 - Durée : 1h 49min 53s

Exercice 1

ABCD est un tétraèdre. Le point I est le milieu du segment [CD], le point J celui de [DB]. K est le point de [AD] tel que $AK = \frac{1}{3}AD$. L est le point de [AC] tel que $AL = \frac{1}{3}AC$. Q est le point de [AJ] tel que $AQ = \frac{1}{3}AJ$. P est le milieu de [KL].

1. À partir de la figure ci-dessous, tracez le tétraèdre et tous les points introduits précédemment sachant que les faces (ABD) et (ACD) sont visibles et les faces (ABC) et (BCD) sont cachées.

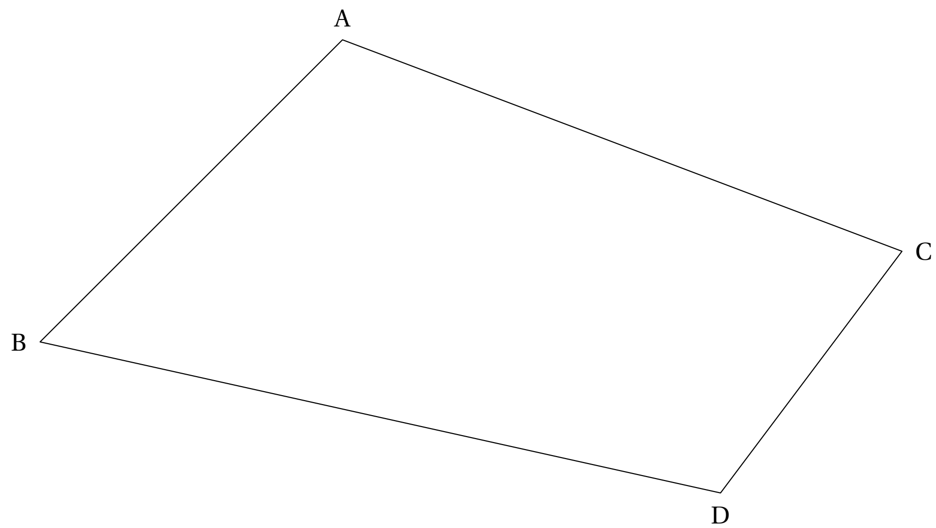


Tracez également les segments [AJ], [QK], [KL] et [QL].

2. En utilisant le calcul vectoriel, déterminez la position relative des droites (KL) et (DC).

3. En utilisant le calcul vectoriel, déterminez si les points A, P et I sont alignés.

4. Reprenez la question **1.** sachant maintenant que les faces (ABC) et (ABD) sont visibles et les faces (ACD) et (BCD) sont cachées.



Exercice 2

On considère le cône de sommet S, de base le cercle de centre O et de rayon 3, de hauteur $SO = 5$. On note $[AA']$ un diamètre de la base.

1. Quelle est la nature du triangle SOA ?

2. Calculer la longueur de la génératrice SA.

3. Dessiner le patron de ce cône en vraie grandeur. On prendra 1cm comme unité.

4. Calculer une mesure en radian puis en degrés de l'angle $\widehat{ASA'}$.

5. Calculer une mesure en radian puis en degrés de l'angle $\widehat{SAO'}$.

Exercice 3

Un édifice est constitué d'un cube et d'un cône de révolution posé sur le cube. Le cercle de base du cône est inscrit dans la face carrée supérieure du cube. L'unité choisie est le mètre.
On note x la longueur d'une arête du cube et h la hauteur du cône. Le rayon du cercle de base du cône vaut donc $\frac{x}{2}$.

1. Calculer le volume total $\mathcal{V}$ de l'édifice.

2. Dans cette question, on suppose que $h = 3$ et $x = 2$. Calculer une valeur approchée du volume à 10^{-2} près par défaut.

3. Dans cette question, on suppose que $h = \frac{24}{\pi}$.

a) Donner une expression du volume de l'édifice la plus simple possible en fonction de x.

b) On cherche les valeurs de x telles que le volume de l'édifice soit inférieur à $3x$. Montrer que cela revient à résoudre l'inéquation :

$$x^3 + 2x^2 - 3x \leqslant 0$$

c) Développer $x(x-1)(ax+b)$ puis déterminer les nombres a et b pour que, quelque soit le réel positif x, on ait

$$x^3 + 2x^2 - 3x = x(x-1)(ax+b)$$

d) Étudier alors le signe de $x^3 + 2x^2 - 3x$.

e) Déterminer alors les valeurs de x telles que le volume de l'édifice soit inférieur à $3x$.

f) Tracer la représentation

Exercice 4 Question SUBSIDIAIRE qui ne rapporte aucun point

- ☐ Trace un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 7 cm.
- ☐ Trace un diamètre $[AD]$ de ce cercle.
- ☐ Le cercle de centre A et de rayon 7 cm coupe le cercle $\mathcal{C}$ en B et F.
- ☐ Le cercle de centre D et de rayon 7 cm coupe le cercle $\mathcal{C}$ en C et E.
- ☐ Trace le cercle de centre O et de rayon 6 cm. Il coupe les diamètres en A_1, B_1, C_1,...
- ☐ Trace le cercle de centre O et de rayon 5 cm. Il coupe les diamètres en A_2, B_2, C_2,...
- ☐ Trace l'arc de cercle de centre D_2 allant de C à E.
- ☐ Trace l'arc de cercle de centre D_2 allant de C_1 à E_1.
- ☐ Recommence les deux étapes précédentes avec les points F_2 et B_2 pour centre.
- ☐ Efface les noms des différents points et droites puis quelques traits de construction...
- ☐ ...puis colorie la figure.