

# FONCTIONS

## Table des matières

<b>I Fonctions usuelles</b>	<b>2</b>
I.1 Fonctions en escalier	2
I.2 Fonctions affines	2
I.3 Fonction logarithme	3
I.4 Fonction exponentielle	4
I.5 Fonctions puissance	6
<b>II limites</b>	<b>7</b>
II.1 Interprétation graphique	7
II.2 Limites des fonctions usuelles	8
II.3 Opérations sur les limites	9
II.3.1 Limite d'une somme	9
II.3.2 Limite d'un produit	9
II.3.3 Limite d'un quotient	10
II.3.4 Compositions	10
II.4 Calcul de limites dans les cas de formes indéterminées	11
II.5 Croissance comparée de l'exponentielle, du logarithme et des fonctions puissance	12
<b>III Dérivation</b>	<b>12</b>
III.1 Nombre dérivé en un point	12
III.2 Fonction dérivée	14
III.3 Dérivées successives	14
III.4 Opérations	15
III.5 Équation de la tangente	16
<b>IV Étude des variations d'une fonction</b>	<b>16</b>
IV.1 Lien entre dérivation et sens de variation d'une fonction	16
IV.2 Extremum d'une fonction	17
IV.3 Résolution de l'équation $f(x) = \lambda$	18

# I Fonctions usuelles

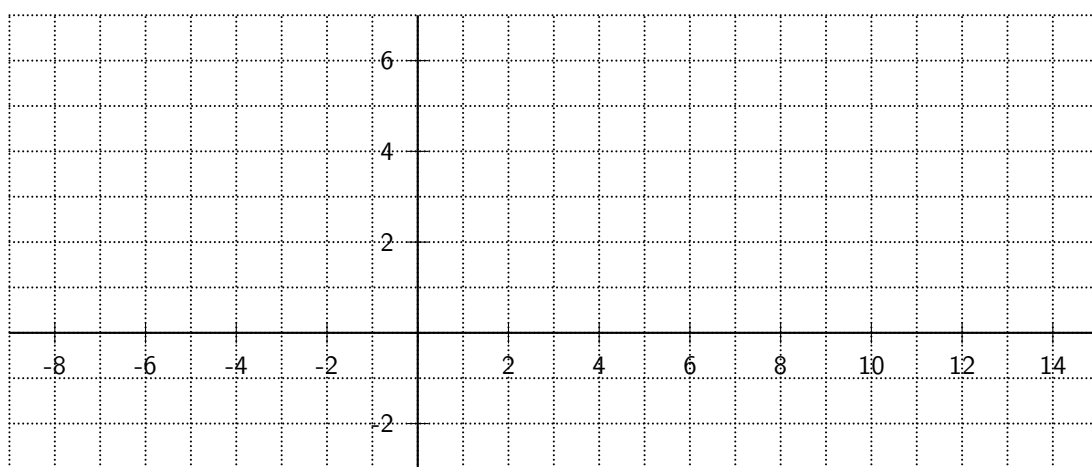
## I.1 Fonctions en escalier

### Définition 1

Une fonction en escalier est une fonction .....

### Exemple 1

La fonction définie sur  $[-8 ; +\infty [$  par  $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } -8 \leq x < -2 \\ 6 & \text{si } -2 \leq x \leq 0 \\ 3 & \text{si } 0 < x < 4 \\ 1 & \text{si } 4 \leq x \end{cases}$  est une fonction en escalier.



## I.2 Fonctions affines

### Définition 2

$a$  et  $b$  sont deux réels donnés. La fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax + b$  est appelée .....

- Le réel  $a$  est .....
- Le réel  $b$  est .....

Une fonction affine est dérivable sur  $\mathbb{R}$  de dérivée  $f'(x) = \dots\dots$ . D'où les tableaux de variation suivants :

$a > 0$	
$x$	
signe de $f'(x)$	
variations de $f$	
signe de $f$	

$a < 0$	
$x$	
signe de $f'(x)$	
variations de $f$	
signe de $f$	

**Exemple 2**

Le graphique ci-contre représente les droites d'équation :

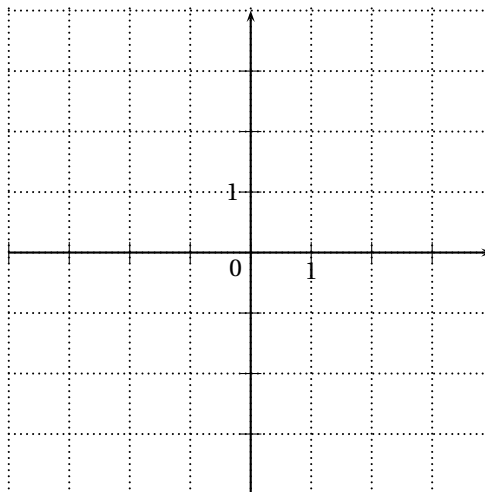
$d_1 : y = x + 1$

$d_2 : y = 2$

$d_3 : y = -3x - 2$

$d_4 : x = -1$

$d_5 : y = \frac{3}{4}x - 3$



**I.3 Fonction logarithme**

**Définition 3**

La fonction logarithme népérien, notée  $\ln$ , est l'unique primitive de la fonction  $x \rightarrow \dots\dots\dots$  définie sur qui s'annule en  $\dots\dots\dots$

Conséquences directes :

- $\ln(1) = \dots\dots\dots$
- la fonction logarithme népérien est dérivable sur  $] 0 ; +\infty [$  et pour tout  $x > 0$ ,  $\ln(x) = \dots\dots\dots$

**Propriété 1**

Soient  $a$  et  $b$  deux réels strictement positifs et  $n$  est un entier naturel, alors :

- ♦  $\ln(ab) = \dots\dots\dots$
- ♦  $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = \dots\dots\dots$
- ♦  $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \dots\dots\dots$
- ♦  $\ln(a^n) = \dots\dots\dots$
- ♦  $\ln(\sqrt{a}) = \dots\dots\dots$

En résumé, le logarithme népérien a la particularité de transformer les produits en  $\dots\dots\dots$ , les quotients en  $\dots\dots\dots$  et les puissances en  $\dots\dots\dots$

**Exemple 3**

Transformations d'expressions numériques et algébriques (sur les intervalles où elles sont définies) :

- $\ln\left(\frac{192}{108}\right) = \dots\dots\dots$
- $\ln(\sqrt{96}) = \dots\dots\dots$
- $\ln(x+3) + \ln(2x+1) = \dots\dots\dots$

**Propriété 2**

On a les limites importantes suivantes :

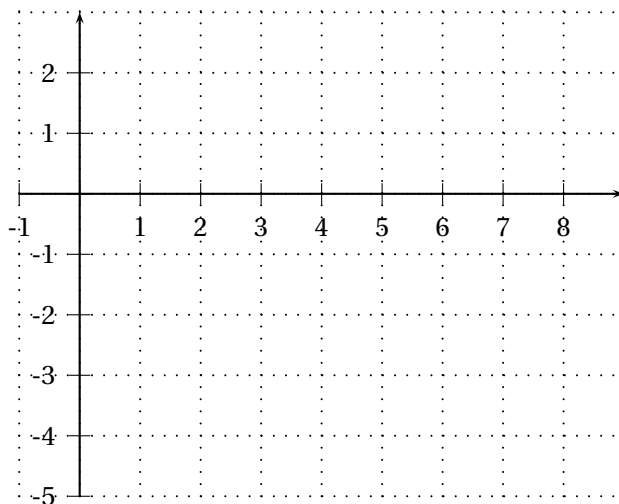
♦  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = \dots\dots\dots$

♦  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = \dots\dots\dots$

**Conséquence :** La droite  $x = 0$  est donc ..... à la courbe représentative de la fonction  $\ln$ .

D'où le tableau de variations et la courbe :

$x$	
$f'(x)$	
$f$	
signe	



**I.4 Fonction exponentielle**

**Définition 4**

La fonction exponentielle, est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $\exp(x) = e^x$ ,  $e^x$  étant l'unique nombre réel positif dont le logarithme vaut  $x$ .

**Remarque 1**

On dit que la fonction exponentielle est la fonction ..... de la fonction logarithme, ce qui signifie que graphiquement, .....

**Conséquences directes :**

- $\exp(x)$  .....
- $\exp(1)$  .....
- $\ln(e^x)$  .....
- $e^{\ln x}$  .....
- Pour tout  $x \in \mathbb{R}$  et tout  $y > 0$  :  $y = e^x$  .....

**Propriété 3**

Soient  $a$  et  $b$  deux réels et  $n$  est un entier relatif, alors :

- ◆  $e^{a+b}$  .....
- ◆  $\frac{1}{e^a}$  .....
- ◆  $\frac{e^a}{e^b}$  .....
- ◆  $(e^a)^n$  .....

En résumé, l'exponentielle à la particularité de transformer les sommes en ....., les différences en ..... et les multiplications en ..... (inversement au logarithme!).

**Exemple 4**

Transformations d'expressions numériques et algébriques :

- $e^2 \times e^3 \times \frac{1}{e^4} \times (e^{-2})^{-3}$  .....
- $e^{x+3} \times e^{2x+1}$  .....
- $(e^{x-2})^2$  .....

**Propriété 4**

On a les limites importantes suivantes :

◆  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = \dots\dots\dots$       ◆  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = \dots\dots\dots$

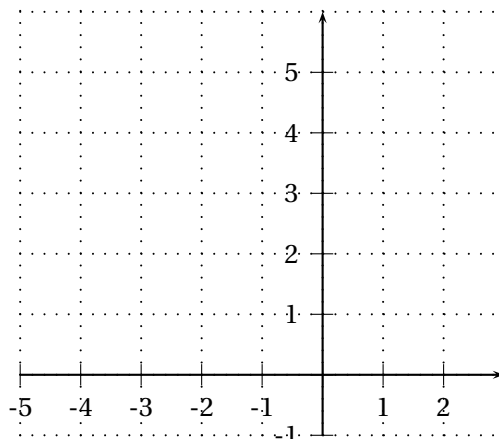
**Conséquence :** La droite d'équation  $y = 0$  est donc ..... à la courbe représentative de la fonction exp.

**Propriété 5**

La fonction exponentielle est dérivable sur  $\mathbb{R}$  de dérivée  $(e^x)' = \dots\dots\dots$

D'où le tableau de variations et la courbe :

$x$	
$f'(x)$	
$f$	
signe	



### I.5 Fonctions puissance

**Définition 5**

Soit  $\alpha$  un nombre réel, la fonction puissance (d'exposant)  $\alpha$ , notée  $f_\alpha$  est la fonction qui, à tout nombre  $x \in \mathbb{R}_+^*$  associe

$$f_\alpha(x) = \dots\dots\dots$$

**Exemple 5**

Dans le cas où  $\alpha = \frac{1}{2}$ , on a .....

**Propriété 6**

Pour tout  $\alpha$ , la fonction  $f_\alpha$  est dérivable sur  $\mathbb{R}_+^*$  de dérivée  $f'_\alpha(x) = \dots\dots\dots$

**Sens de variation :**

Dans le cas où  $\alpha = 0$ , .....

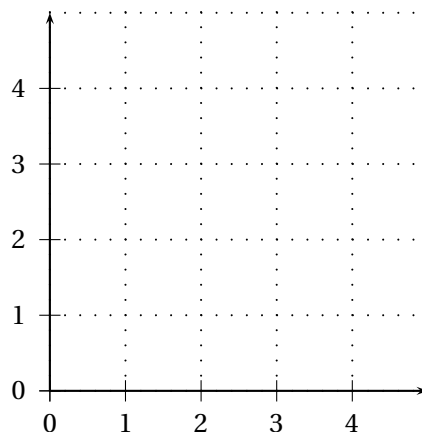
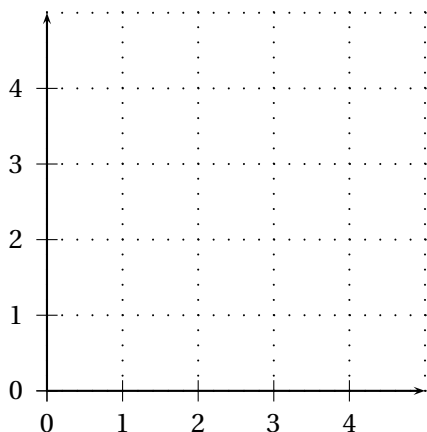
Dans le cas où  $\alpha \neq 0$ , .....

D'où les tableaux de variation suivants :

$\alpha < 0$	
$x$	
signe de $f'_\alpha(x)$	
variations de $f_\alpha$	
signe de $f_\alpha$	

$\alpha > 0$	
$x$	
signe de $f'_\alpha(x)$	
variations de $f_\alpha$	
signe de $f_\alpha$	

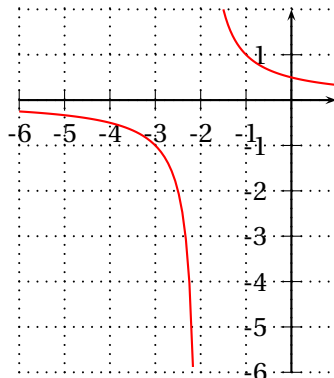
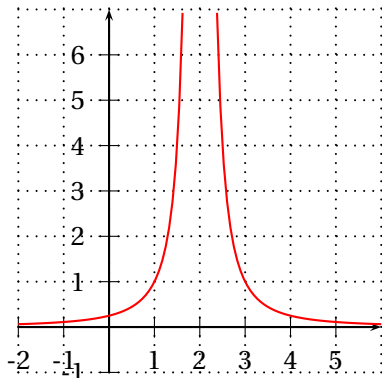
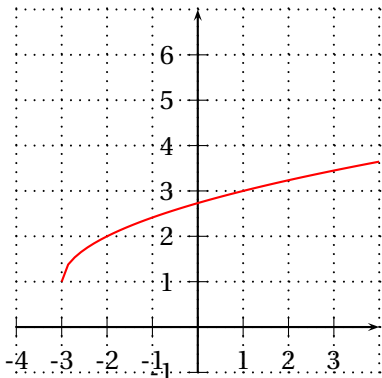
Allure des courbes représentatives des fonctions puissance :



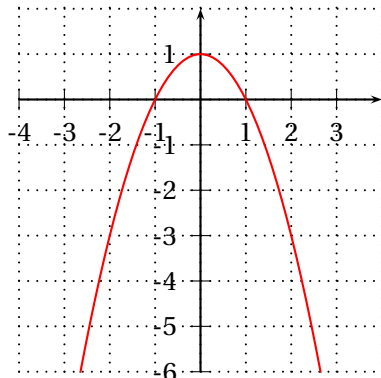
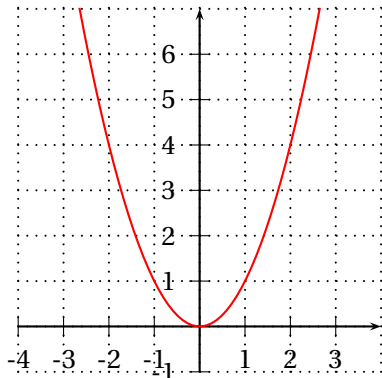
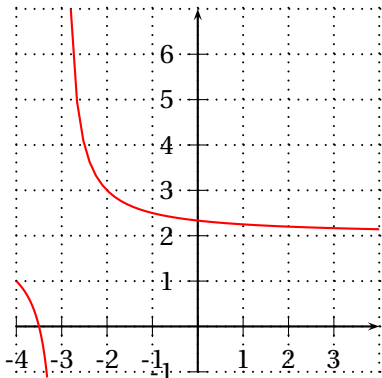
## II limites

### II.1 Interprétation graphique

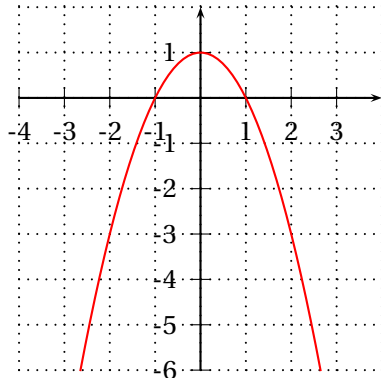
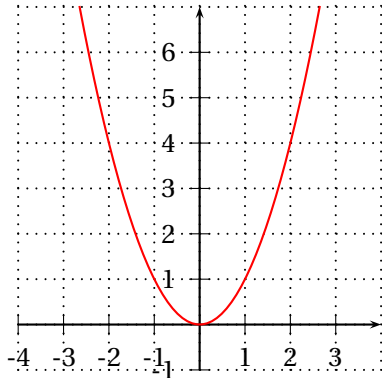
Limite en un point :



Limite en  $+\infty$  :



Limite en  $-\infty$  :



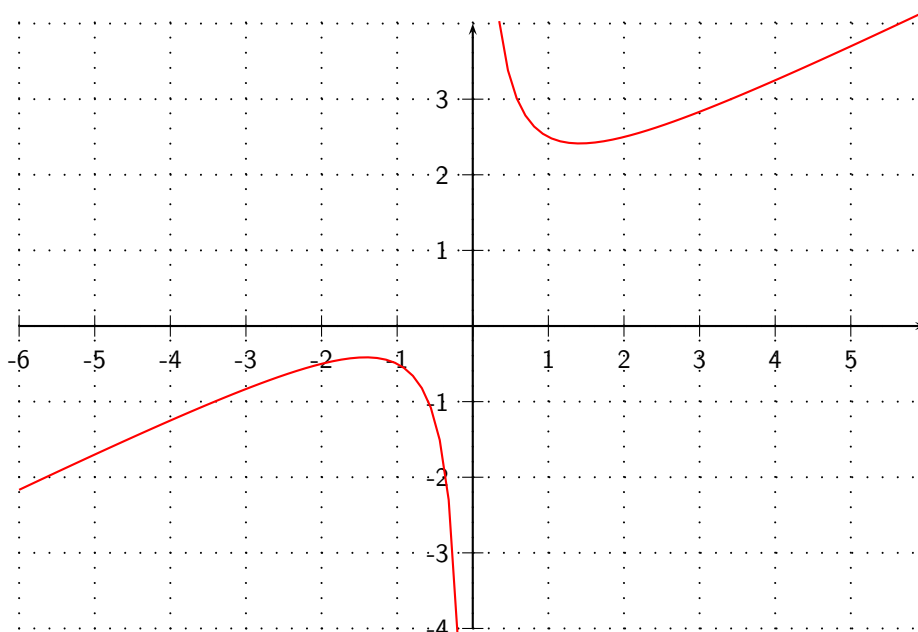
**Définition 6**

Soit  $f$  une fonction et  $d$  la droite d'équation  $y = ax + b$  tel que :

.....  
 on dit alors que la droite  $d$  est une ..... à la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  en  $\pm\infty$ .

**Exemple 6**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}^*$  par  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{2}x + 1$ .



.....  
 .....  
 .....

**II.2 Limites des fonctions usuelles**

Voici un tableau qui résume les différentes limites des fonctions de référence (la notation « \* » signifie qu'il faut appliquer la « règle des signes »).

$f(x)$	$x^n$ $n \in \mathbb{N}$	$\frac{1}{x^n}$ $n \in \mathbb{N}$	$x^\alpha$ $\alpha \in \mathbb{R}^+$	$\frac{1}{x^\alpha}$ $\alpha \in \mathbb{R}^+$	$\ln x$	$\exp x$	$\cos x$	$\sin x$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$								
$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$								
$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$								
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$								



### II.3 Opérations sur les limites

Dans tout ce qui suit, la notation « FI » désigne une Forme Indéterminée, c'est à dire qu'on ne sait pas calculer par une opération élémentaire.

#### II.3.1 Limite d'une somme

$\lim f$	$l$	$l$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim g$	$l'$	$\pm\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim (f + g)$					

#### Exemple 7

Calcul de « sommes » de limites :

- ..... }  $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x^3)$  .....
- ..... }  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x} + x^2\right)$  .....
- ..... }  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x + x^2)$  .....
- ..... }  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + x^3)$  .....
- ..... }  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + x^3)$  .....

#### II.3.2 Limite d'un produit

$\lim f$	$l$	$l \neq 0$	$\pm\infty$	$0$
$\lim g$	$l'$	$\pm\infty$	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\lim (f \times g)$				

#### Exemple 8

Calcul de « produit » de limites :

- ..... }  $\lim_{x \rightarrow 0} [(e^x + 3) \times (e^x - 2)]$  .....
- ..... }  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[(x - 3) \times \frac{1}{x}\right]$  .....
- ..... }  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [(x - 1) \times x^3]$  .....
- ..... }  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[(x^2 + 1) \times \frac{1}{x}\right]$  .....

**II.3.3 Limite d'un quotient**

$\lim f$	$l$	$l$	$l$	$\pm\infty$	$\pm\infty$	$0$
$\lim g$	$l' \neq 0$	$\pm\infty$	$0$	$l'$	$\pm\infty$	$0$
$\lim \left(\frac{f}{g}\right)$						

**Exemple 9**

Calcul de « quotients » de limites :

- ..... }  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x + 3}{e^x - 2}\right)$  .....
- ..... }  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\frac{1}{x} - 3}{x^2}\right)$  .....
- ..... }  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x - 4}{x}\right)$  .....
- ..... }  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{\ln x}{x - 1}\right)$  .....
- ..... }  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x - 1}{x^3}\right)$  .....
- ..... }  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{\sqrt{x}}\right)$  .....

**II.3.4 Compositions**

**Propriété 7**

Soient deux fonctions :  $f$  définie de  $I$  dans  $J$  et  $g$  de  $J$  dans  $\mathbb{R}$ .

Si  $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \\ \lim_{x \rightarrow b} g(x) = c \end{array} \right\}$  alors .....

**Exemple 10**

Calcul de "composition" de limites :

- ..... }  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x+3}$  .....
- ..... }  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(2x + 1)$  .....
- ..... }  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x+4}$  .....

## II.4 Calcul de limites dans les cas de formes indéterminées

Dans ce cas, toutes les situations sont *a priori* possibles : existence d'une limite finie, nulle ou non ; existence d'une limite infinie ; absence de limite.

Seule une étude particulière permet de lever l'indétermination.

Rappelons pour commencer les cas d'indétermination des limites :

$\lim f(x)$	$\lim g(x)$	type d'indétermination

### Exemple 11

Indétermination du type «  $\infty - \infty$  » :

- ..... }  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^2 - x)$  .....
- On met  $x^2$  en facteur : .....
- ..... }  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .....

### Remarque 2

De manière générale, le comportement d'une fonction polynomiale en  $\pm\infty$  est dictée par le comportement de son terme de plus haut degré en  $\pm\infty$ .

### Exemple 12

Indétermination du type «  $\frac{\infty}{\infty}$  » :

- ..... }  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x^2 + 2x + 1}{2x^2 - 3} \right)$  .....
- Pour  $x \neq 0$ , on factorise par la puissance de  $x$  maximale et on simplifie :  
.....
- ..... }  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .....

### Remarque 3

De manière générale, le comportement d'une fraction rationnelle en  $\pm\infty$  est dicté par le comportement du quotient des deux termes de plus haut degré.

**Exemple 13**

Indétermination du type «  $0 \times \infty$  » :

→ ..... }  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1}{x}(x^2 + 1) \right]$  .....

→ On développe : .....

→ ..... }  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .....

**Exemple 14**

Indétermination du type «  $\frac{0}{0}$  » :

→ ..... }  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2 - 1}{x - 1} \right)$  .....

→ On factorise : .....

→ .....

**II.5 Croissance comparée de l'exponentielle, du logarithme et des fonctions puissance**

**Propriété 8**

Pour tout nombre réel  $\alpha$  strictement positif :

♦  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\ln x}{x^\alpha} \right) = \dots\dots\dots$

♦  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{e^x}{x^\alpha} \right) = \dots\dots\dots$

**L'ide retenir :** Au voisinage de  $+\infty$ , les fonctions  $x \rightarrow \ln x$ ,  $x \rightarrow x^\alpha$  et  $x \rightarrow e^x$  prennent des valeurs qui se classent dans cet ordre de la plus petite à la plus grande.

**III Dérivation**

Dans cette partie,  $f$  est une fonction numérique définie sur un intervalle  $I$ ,  $C$  sa courbe représentative dans un repère.  $a$  et  $x$  sont deux réels distincts de  $I$

**III.1 Nombre dérivé en un point**

On souhaite trouver une fonction affine (droite) qui réalise une bonne approximation de la fonction  $f$  au voisinage d'un point d'une courbe.

**Exemple 15**

Pour  $h$  voisin de 0, on a :

→  $(1 + h)^2 = \dots\dots\dots$  donc, quand  $h$  tend vers 0,  $(1 + h^2) \approx \dots\dots\dots$

→  $(1 + h)^3 = \dots\dots\dots$  donc, quand  $h$  tend vers 0 :  $(1 + h)^3 \approx \dots\dots\dots$

→  $\frac{1}{1 + h} = \dots\dots\dots$  donc, quand  $h$  tend vers 0 :  $\frac{1}{1 + h} \approx \dots\dots\dots$

**Définition 7**

Soit  $f$  une fonction définie en  $a$  et au voisinage de  $a$ , on dit que  $f$  est ..... s'il existe un réel  $A$  est une fonction  $\epsilon$  tels que, au voisinage de  $h = 0$ , on a :

.....

$A$  est appelé ..... de  $f$  en  $a$ .

**Exemple 16**

On considère la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2$ .

- $f(a+h) = \dots\dots\dots$
- Donc,  $f$  est dérivable en  $a$  de nombre dérivé  $\dots\dots\dots$

**Définition 8**

- Le taux de variation de la fonction  $f$  entre  $a$  et  $x$  est le quotient :  $\dots\dots\dots$
- Avec  $x = a + h$ , ce quotient s'écrit aussi :  $\dots\dots\dots$
- $f$  est dérivable en  $a$  et on note cette dérivée  $f'(a)$  si la limite suivante existe :  
 $\dots\dots\dots$

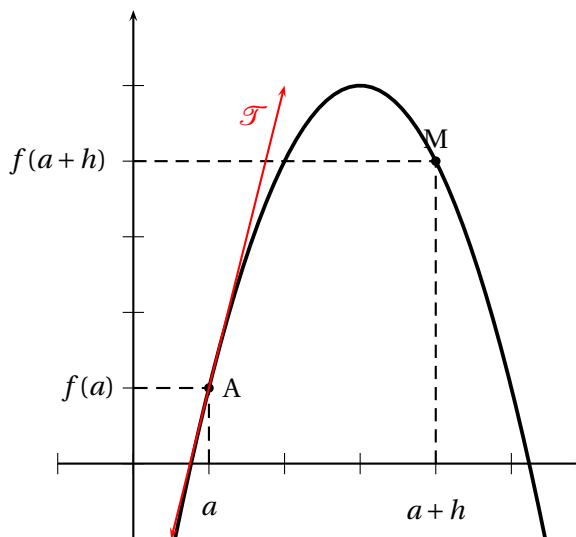
**Exemple 17**

Soit  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2$ .

- le taux de variation de  $f$  entre  $a$  et  $a+h$  est :  
 $\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \dots\dots\dots$
- donc,  $f'(a) = \dots\dots\dots$
- En particulier,  $f'(3) = \dots\dots\dots$ ,  $f'(0) = \dots\dots\dots$

**Interprétation graphique :**

Lorsque  $h$  se rapproche de 0, le point  $M$  se rapproche du point  $A$ .  
 Ainsi, la droite  $(AM)$  se rapproche de la tangente  $\mathcal{T}$  au point  $A$   
 $f'(a)$  correspond au coefficient directeur de la tangente  $\mathcal{T}$  au point d'abscisse  $a$ .



### III.2 Fonction dérivée

**Définition 9**

Soit  $f$  une fonction dérivable en tout point  $x$  d'un intervalle  $I$ , alors la fonction qui à  $x$  associe  $f'(x)$  est appelé .....de  $f$  sur  $I$ .

On obtient le tableau de dérivation suivant :

Fonction $f$	Fonction $f'$	Ensemble de définition de $f$
$k$		
$ax + b$		
$\frac{1}{x}$		
$\sqrt{x}$		
$x^\alpha$		
$\ln(x)$		
$e^x$		
$\sin(x)$		
$\cos(x)$		

**Exemple 18**

Calcul de la dérivée des fonctions suivantes :

- $f(x) = \pi$  .....
- $f(x) = x^3$  .....
- $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$  .....
- $f(x) = x^{2007}$  .....

### III.3 Dérivées successives

**Définition 10**

Soit  $f$  une fonction dérivable. Lorsque cela est possible, on définit les dérivées successives de  $f$  notées :

**Exemple 19**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2x^3 - x^2 + x + 3$ .

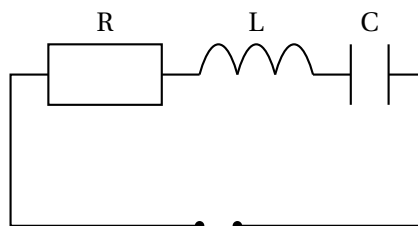
- $f'(x) =$  .....
- $f''(x) =$  .....
- $f'''(x) =$  .....
- $f^{(4)} =$  .....

En physique et en mécanique, on utilise la notation différentielle :  $\frac{df}{dx} = f'$  et  $\frac{d^2f}{dx^2} = f''$

**Exemple 20**

Dans un circuit R, L, C en série, on a :

- $i = \frac{dq}{dt}$ .
- $e = -L \frac{di}{dt}$ .
- donc :  $e = -L \frac{d^2q}{dt^2}$ .



### III.4 Opérations

$u$  et  $v$  sont deux fonctions définies et dérivables sur un même intervalle I.

Opération	Fonction	Dérivée
Addition		
Multiplication par un nombre		
Multiplication		
Puissance		
Division		
Inverse		
Fonction composée		
exponentielle		
logarithme		
sinus		
cosinus		

**Exemple 21**

Calcul de dérivées :

- $f(x) = x^3 + x + 3$  : .....
- $f(x) = 3(x^2 + 4)$  : .....
- $f(x) = (-2x + 3)(5x - 3)$  : .....
- $f(x) = (2x - 7)^2$  : .....
- $f(x) = \frac{3x - 4}{x^2 + 3}$  : .....
- $f(x) = \frac{1}{-3x + 1}$  : .....
- $f(x) = e^{3x+1}$  : .....
- $f(x) = \ln(-2x + 5)$  : .....
- $f(x) = \cos(2x + 1)$  : .....

### III.5 Équation de la tangente

**Propriété 9**

Soit  $f$  une fonction numérique définie sur un intervalle  $I$  et dérivable en  $a \in I$ .  
 La tangente  $\mathcal{T}_a$  en  $a$  à la courbe  $C_f$  a pour équation :

.....

**Exemple 22**

Soit  $f(x) = x^2 + 2$ . Les équations des tangentes en 0 et en  $-1$  sont :

- $f'(x) = \dots\dots\dots$
- $\dots\dots\dots$
- $\dots\dots\dots$

## IV Étude des variations d'une fonction

### IV.1 Lien entre dérivation et sens de variation d'une fonction

L'idée est qu'il y a un lien entre le signe du coefficient directeur de la tangente de la courbe  $\mathcal{C}$  et le sens de variation de la fonction  $f$ .

**Propriété 10**

On suppose que  $f$  est dérivable sur  $I$ .

- ♦  $f$  est croissante sur  $I \iff \dots\dots\dots$
- ♦  $f$  est décroissante sur  $I \iff \dots\dots\dots$
- ♦  $f$  est constante sur  $I \iff \dots\dots\dots$

Il est donc possible de déterminer les variations d'une fonction à partir du signe de sa dérivée.

**Exemple 23**

**Étude d'une fonction polynôme :**

Soit  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 1$ , définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ . Déterminons son sens de variation :

- Pour tout réel  $x$  on a  $f'(x) \dots\dots\dots$
- On détermine le signe de  $x^2 - x - 2$  en cherchant ses racines et on trouve  $\dots\dots\dots$
- On peut déterminer le signe de la dérivée et en déduire les variations de la fonction  $f$  :

$x$	
signe de $f'(x)$	
variations de $f$	

→  $\dots\dots\dots$



**Exemple 24**

**Etude d'une fonction logarithme :**

Soit  $g(x) = 2x^2 + 1 - \ln x$ , définie et dérivable sur  $\mathbb{R}_+^*$ . Déterminons son sens de variation :

- Pour tout réel  $x > 0$  on a  $g'(x) = \dots\dots\dots$
- On peut déterminer le signe de la dérivée grâce à un tableau de signes puis en déduire les variations de la fonction  $g$  :

$x$	
signe de $g'(x)$	
variations de $g$	

→ .....

**Exemple 25**

**Etude d'une fonction exponentielle :**

Soit  $h(x) = (x + 2) e^{-x}$ , définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ . Déterminons son sens de variation :

- Pour tout réel  $x$  on a  $h'(x) = \dots\dots\dots$
- On peut déterminer le signe de la dérivée grâce à un tableau de signes puis en déduire les variations de la fonction  $h$  :

$x$	
signe de $g'(x)$	
variations de $g$	

→ .....

**IV.2 Extremum d'une fonction**

**Propriété 11**

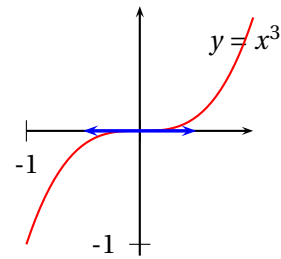
$f$  est une fonction dérivable sur l'intervalle  $I$ . Si  $f$  admet un extremum (.....) en  $a$  distinct des extrémités de  $I$ , alors .....

**Remarque 4**

Attention, la réciproque n'est pas vraie : le fait que  $f'(a) = 0$  n'implique pas forcément qu'il existe un extremum en  $a$

**Exemple 26**

- La fonction  $f(x) = x^3$  est définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .
- $f'(x) = 3x^2$  donc,  $f'(0) = 0$  mais  $f$  n'admet ni minimum, ni maximum en 0.



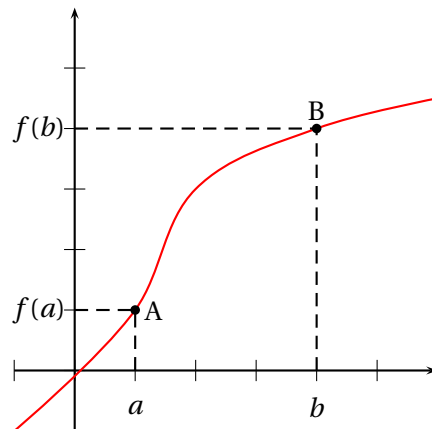
**Remarque 5**

La tangente à la courbe en un point  $a$  où  $f'(a) = 0$  est .....

**IV.3 Résolution de l'équation  $f(x) = \lambda$**

**Propriété 12**

Si  $f$  est une fonction continue, dérivable et strictement monotone .....  
 sur un intervalle  $[ a ; b ]$  alors, pour tout  $\lambda \in [ f(a) ; f(b) ]$ , l'équation  $f(x) = \lambda$  .....  
 .....



**Exemple 27**

Soit  $f(x) = x^3 + x + 1 = 0$ ,  $f$  est définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ . Résolvons l'équation  $f(x) = 0$  à  $10^{-1}$  près.

- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....