



LYCÉE NOTRE-DAME

2^{nde} 5

17 Décembre 2018

Devoir Surveillé n° 3 - Mathématiques

Durée : Quelques minutes

Exercice 1.

Le Père Noël s'ennuie en Laponie pendant l'été. Il s'occupe en lançant des elfes vers le haut, depuis le sommet d'une falaise donnant sur un lac tranquille. La hauteur en mètres de l'elfe par rapport à la surface de l'eau est une fonction f du temps en seconde, représentée par la courbe (P).

Partie A : Étude graphique



Avec la précision permise par la lecture du graphique précédent, répondre aux questions suivantes. Vous donnerez également à chaque fois une expression mathématique utilisant la fonction f (par exemple « Calculons $f(3)$ » ou « $f(x) = 3$ », etc.)

- À quelle hauteur se trouve l'elfe au moment où le Père Noël le lance ?
- Pendant combien de temps l'elfe reste-t-elle à une hauteur supérieure à la hauteur d'où il a été lancée ?
- Au bout de combien de temps l'elfe touche-t-il la surface de l'eau avant de s'y enfoncer ?
- Quelle est la hauteur maximale atteinte par l'elfe et au bout de combien de temps cette hauteur est-elle atteinte ?

Partie B : Etude théorique

La fonction f est en fait définie sur $[0; 3]$ par $f(x) = -5x^2 + 10x + 15$, où x désigne le temps en secondes et $f(x)$ la hauteur de l'elfe par rapport à la surface de l'eau en mètres.

- Démontrez que $f(x)$ vérifie

$$f(x) = 20 - 5(x - 1)^2$$

- b.** Factorisez $f(x)$ et résolvez l'équation $f(x) = 0$ sur $[0; 3]$.
Que représente la solution dans le contexte du lancer d'elfe ?
- c.** Résolvez l'équation $f(x) = 20$ puis l'inéquation $f(x) \leq 20$. Comment interpréter ce résultat concernant l'expérience du lancer d'elfe ?
- d.** Calculez :
 - i.** l'image de 10^3 par f ;
 - ii.** l'image de $\frac{2}{3}$ par f ;
 - iii.** l'image de $\sqrt{2}$ par f ;
 - iv.** l'image de $\frac{2}{1+\sqrt{3}}$ par f . Vous écrirez le résultat sans radical au dénominateur en détaillant vos calculs.
- e.** Le Père Noël est-il méchant ?

Exercice 2.

Soit f définie par $f : x \mapsto 3x + 2$ et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un certain repère.

En utilisant des termes parmi *une équation, une fonction, un nombre, un ensemble de nombre, un ensemble de points, un film de gladiateur, un elfe du Père Noël, un lombric, une inconnue, un super-héros, une nullité*, complétez les phrases suivantes :

- f est
- $f(x)$ est
- $f(x) = 3$ est
- Dans $f(x) = 3$, x est
- Un antécédent de 3 par f est
- \mathcal{C} est
- L'image de 5 par f est
- Les solutions de $f(x) > 0$ forment
- Ma voisine est
- J'aime regarder
- Mon prof de maths est

Exercice 3.

Comparez les nombres suivants en utilisant si nécessaire les théorèmes du cours. Vous détaillerez les opérations effectuées.

- a.** $12x^2 + 7$ et $6x^2 + 5$
- b.** On suppose par la suite que x et y sont deux réels strictement positifs tels que $0 < x < y$. Comparez :
 - i.** $5x + 4$ et $5y + 4$
 - ii.** $-3x + 2$ et $-3y + 2$
 - iii.** $\frac{7}{x}$ et $\frac{7}{y}$
 - iv.** $2x^2 - 5$ et $2y^2 - 5$
 - v.** $-\frac{7}{4x^2}$ et $-\frac{7}{4y^2}$

Exercice 4.

Donnez l'intervalle de \mathbb{R} défini par les équations suivantes :

- a.** $-2 < x < 4$
- b.** $x \geq -2,5$
- c.** $x \leq -3$

