

# Une découverte très /trop rapide de la Spécialité mathématique en Terminale S.

## 1. Arithmétique

### 1 - 1. Introduction à l'arithmétique

Exemple <sub>1</sub> : On veut résoudre, dans  $\mathbb{N}$ , l'équation (E)  $x + 3y = 14$ .

1. Que se passe-t-il dans  $\mathbb{R}$  ?
2. Donner un encadrement de  $y$ .  
Résoudre (E).

Exemple <sub>2</sub> : Résoudre, dans  $\mathbb{N}$ , l'équation (E')  $n^2 + 2p^2 = 108$ .

1. Que peut-on dire sur la parité de  $n$  puis sur celle de  $p$  ?  
Par un changement de variables, déduire une équation plus simple.
2. Résoudre (E').

### 1 - 2. Divisibilité, nombres premiers

**Définition** <sub>1.1</sub> : Soit  $a$  et  $b$  deux entiers relatifs :  
 $b$  **divise**  $a$  signifie qu'il existe un entier relatif  $k$  tel que  $a = kb$  .  
 $b$  est un **diviseur** de  $a$  et  $a$  un **multiple** de  $b$

**Propriété** <sub>1.1</sub> : Pour tous entiers relatifs  $a, b, d, k$  et  $k'$  :  
Si  $d$  divise  $a$  et  $b$ , alors  $d$  divise  $ka + k'b$  .

Exemple <sub>3</sub> : Soit  $n$  un entier naturel,  $A = 5n + 9$  et  $B = 3n + 1$ .

1. Sur un tableur faire apparaître dans la première colonne les valeurs de  $n$  pour  $n$  variant de 1 à 100, dans la deuxième colonne les valeurs de  $A$ , dans la troisième celle de  $B$  et dans la quatrième le PGCD de  $A$  et de  $B$ .  
Que peut-on conjecturer?
2. Montrer que, si un entier naturel  $d$  divise  $A$  et  $B$ , alors  $d = 1, 2, 11$  ou  $22$ .

**Définition** <sub>1.2</sub> : Un entier naturel  $p$  est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs entiers naturels distincts 1 et  $p$ .

Quelques questions se posent:

- 1 est-il un nombre premier?
- Existe-t-il beaucoup de nombres premiers?

**Théorème** <sub>1.1</sub> : L'ensemble des nombres premiers est infini.

### 1 - 3. PPCM-PGCD

**Définition** <sub>1.3</sub> : Deux entiers naturels non nuls  $a$  et  $b$  sont **premiers entre eux** si et seulement si leur PGCD est 1.

Quelques questions se posent:

- Deux nombres premiers distincts sont-ils premiers entre eux?
- Existent-ils des nombres non premiers premiers entre eux ?

**Théorème** <sub>1.2</sub> ( **de Bezout** ) : Deux entiers naturels non nuls  $a$  et  $b$  sont premiers entre eux si, et seulement si, il existe des entiers relatifs  $u$  et  $v$  vérifiant

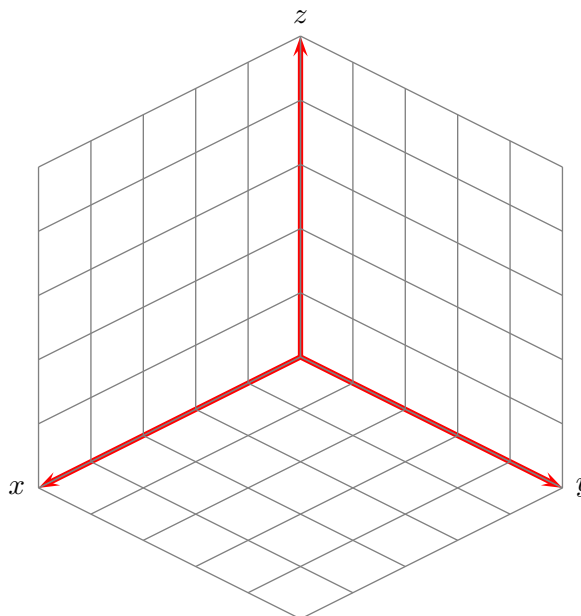
$$au + bv = 1 \text{ (Egalité de Bezout)}$$

Exemple 4 : A l'aide du théorème de Bezout vérifier que, pour tout entier relatif  $n$ ,  $A = 3n + 4$  et  $B = 6n + 7$  sont premiers entre eux.

## 2. Sections planes de surface

Exemple ( Petits rappels... ) 5 :

- Dans le repère ci-contre placer les points  $A(3;2;0)$ ,  $B(3;2;1)$ , et  $C(0;3;3)$  et  $D(4;5;1)$ .
- Déterminer l'ensemble  $P_1$  des points  $M(x, y, z)$  tels que  $z = 5$ .
- Déterminer l'ensemble  $P_2$  des points  $M(x, y, z)$  tels que  $y = 0$ .
- Déterminer l'ensemble  $P_3$  des points  $M(x, y, z)$  tels que  $x = 3$ .



**Propriété 2.1** : Dans un repère de l'espace  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  :

1. les plans admettant pour vecteurs directeurs  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  ont pour équation  $z = a$ .
2. les plans admettant pour vecteurs directeurs  $\vec{j}$  et  $\vec{k}$  ont pour équation  $x = a$ .
3. les plans admettant pour vecteurs directeurs  $\vec{i}$  et  $\vec{k}$  ont pour équation  $y = a$ .

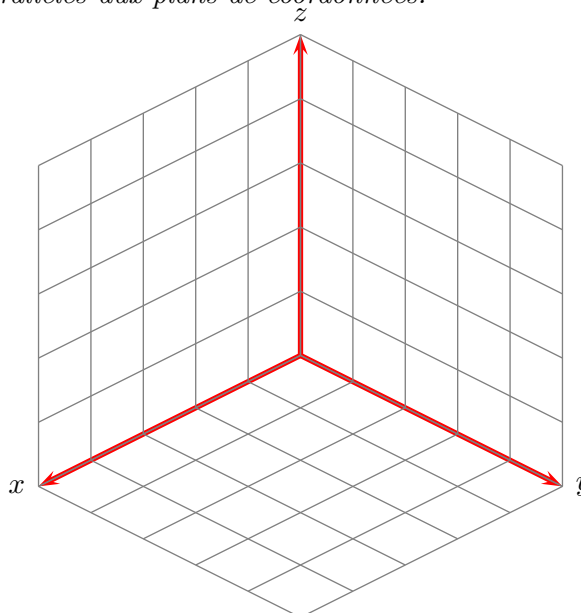
**Définition 2.1** : Soit I et J deux intervalles de  $\mathbb{R}$ .

Une **fonction f de deux variables** définie sur  $I \times J$  associe à un couple  $(x, y)$  avec  $x \in I$  et  $y \in J$ , un réel et un seul noté  $f(x, y)$ .

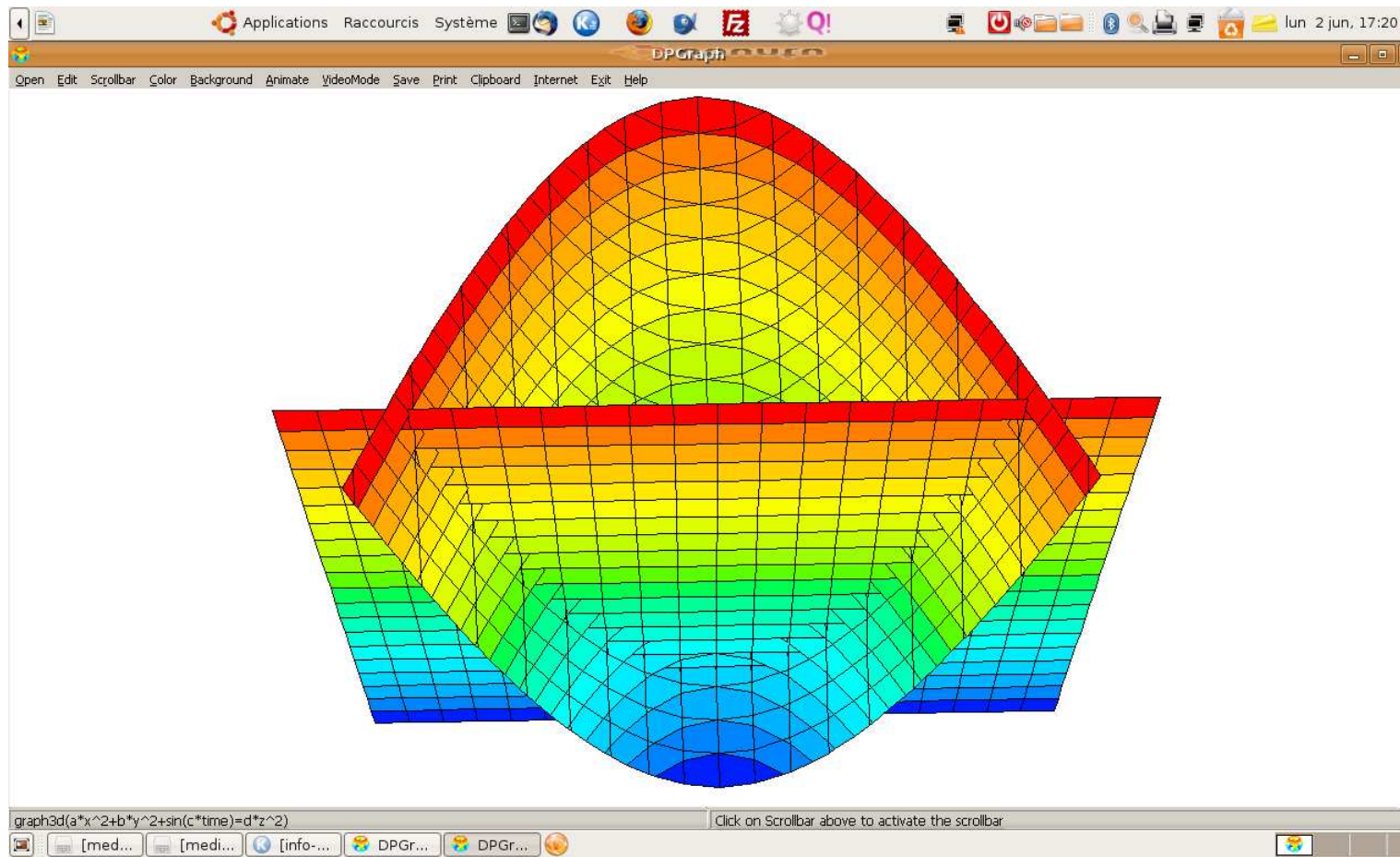
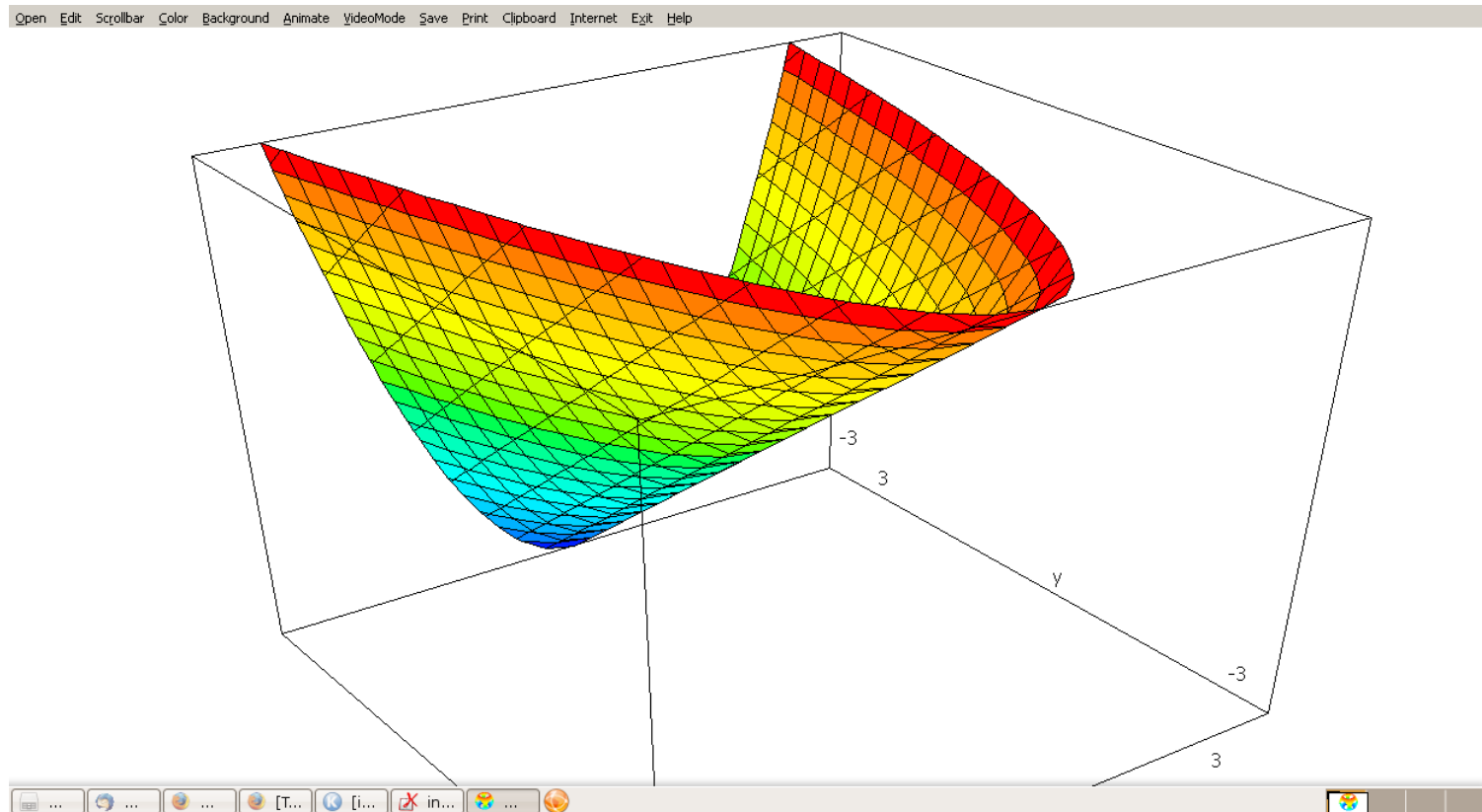
Exemple 6 : Soit  $f$  la fonction définie par  $f : (x ; y) \rightarrow x^2 - y$  et  $S$  sa représentation graphique dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On considère les intersections de  $S$  avec les plans parallèles aux plans de coordonnées.

$x \backslash y$	-3	-2	-1	0	1	2	3
-3							
-2							
-1							
0							
1							
2							
3							



# La surface S obtenue avec le logiciel Dpgraph.



### 3. Similitudes

**Définition** 3.1 : Soit un point  $A$  et un réel  $k$  non nul.

L'**homothétie de centre  $A$  et d'angle  $k$**  est la transformation, notée  $h_{A,k}$ , qui à tout point  $M$  associe le point  $M'$  défini par :

$$\overrightarrow{AM'} = k\overrightarrow{AM}$$

*Ici un petit dessin vaut tous les grands discours!*

**Définition** 3.2 : Soit  $k$  un réel strictement positif .

On appelle **similitude de rapport  $k$**  toute transformation du plan qui multiplie les distances par  $k$ .

*Ce qui se traduit au niveau des figures par...*

**Propriété** 3.1 : Une similitude est la composée de rotations, de translations, de symétries axiales et d'homothéties

*Ce qui prouve que les similitudes ce n'est pas si compliqué!*

*C'est tout (enfin presque !) mais cela permet de remplir de façon tout à fait agréable une année scolaire !*